Jurnal Komputasi

Vol 12 No. 1, 2024

SISTEM DISTRIBUSI SEDERHANA PENJUALAN KOPI LAMPUNG MENGGUNAKAN ALJABAR MAX-PLUS

[1,*)]Ridho Sholehurrohman, [2] Igit Sabda Ilman, [3]Bambang Hermanto, [4]Muhaqiqin

[1] Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung
[2,3,4] Jurusan Ilmu Komputer, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung

Abstrak — Distribusi penjualan kopi Lampung dapat dimodelkan dengan menggunakan aljabar max-plus. Dalam memodelkan antrian distribusi penjualan kopi, digunakan software Petri Net untuk menggambarkan antrian distribusi kopi tersebut. Metode aljabar max-plus dapat memperoleh suatu model sistem antrian yang terserver ditoko. Penelitian ini memanfaatkan model tersebut untuk menghitung suatu antrian distribusi penjualan kopi Lampung dengan waktu tunggu secara periodik berdasarkan nilai eigen dan vektor eigennya. Hasil dan analisis pada penelitian menunjukkan bahwa sistem distribusi menggunakan aljabar max-plus sangat efektif dibanding dengan metode manual atau metode konvensional mandiri.

Kata Kunci: Kopi Lampung, Sistem Antrian, PetriNet, Aljabar Max-Plus

Abstract *— Lampung coffee sales distribution can be modeled using max-plus algebra. In modeling the coffee sales distribution queue, PetriNet software is used to describe the coffee distribution queue. The Max-Plus Algebraic Method can obtain a queue system model that is server in the store. This study utilizes this model to calculate a distribution queue for Lampung coffee sales with periodic waiting times based on the eigen values and eigen vectors. The results and analysis in the study show that the distribution system using max-plus algebra is very effective compared to manual methods or independent conventional methods.*

Keywords: Lampung coffee, Queue System, PentriNet, Max-Plus Algebra.

** Corresponding author:*
Ridho Sholehurrohman
Universitas Lampung, Bandar Lampung, Indonesia
ridho.sholehurrohman@fmipa.unila.ac.id

1. PENDAHULUAN

Kopi adalah minuman hasil seduhan biji kopi yang telah disangrai dan dihaluskan menjadi bubuk. Kopi merupakan salah satu komoditas di dunia yang dibudidayakan lebih dari 50 negara [1]. Dua varietas pohon kopi yang dikenal secara umum yaitu kopi robusta (*Coffee canephora*) dan kopi arabika (*Coffee arabica*). Secara umum di indonesia maroritas masyarakat atau kebanyakan budidaya kopi robusta. Salah satu penghasil kopi terbaik didaerah indonesia adalah provinsi Lampung yang dikenal dengan sebutan kopi Lampung [2].

Kopi Lampung terkenal dengan kopi-kopi kualitas terbaik di dunia dan menjadi salah satu export kopi terbesar indonesia. Kawasan perkebunan Lampung barat merupakan contoh perkebunan terbaik di provinsi Lampung. Dalam hal peningkatan produksi dan kualitas kopi, daerah ini juga telah menjadi lahan perkebunan kopi percontohan bagi provinsi Lampung dan nasional [2]. Dalam perkembangannya pemertintah Lampung Barat memproduksi kopi Lampung dengan beberapa olahan, mulai dari kopi Lampung siap saji diantaranya, kopi asli, kopi susu, kopi jahe, dan lain sebagainya sampai dengan biji kopi Lampung asli yang baru saja digiling. Biji kopi yang baru saja digiling dikemas mulai dari ¼ kg, ½ kg, 1 kg, 5 kg dan 10 kg.

Dalam pendistribusian kopi Lampung, pemerintah tidak hanya stagnan dengan hasil kopi perkebulan milik negara namun mengolah hasil perkebulan warga Lampung juga, karena hasil pendapatan daerah di Lampung barat khususnya adalah petani kopi Lampung. Dalam distribusi kopi Lampung dari perkebunan milik negara maupun dari hasil perkebunan warga memerlukan waktu penjadwalan. Distribusi kopi Lampung dari suatu tahap ke tahap selanjutnya didapatkan jadwal proses yang periodik pada setiap tahap pengerjaannya. Aljabar max-plus digunakan untuk memodelkan dan menganalisis jaringan, seperti sistem produksi, sistem distribusi, jarigan antrian, dan sebagainya.

Baker (1974) mengatakan bahwa penjadwalan merupakan alokasi dari sumber daya terhadap waktu untuk menghasilkan sebuah kumpulan pekerjaan. Penjadwalan dibutuhkan untuk memproduksi order dengan pengalokasian sumber daya yang tepat, seperti waktu pengerjaan yang dibutuhkan, urutan pengerjaan, mesin yang digunakan, jumlah operator yang bekerja, dan kebutuhan material. Dengan penjadwalan yang efektif dan efisien, perusahaan akan dapat memenuhi order tepat pada due date serta kualitas yang telah ditentukan [3,6,7].

Aljabar max-plus adalah sebuah kelas dari Sistem Aljabar Diskrit yang efektif untuk modeling dan menganalisis sebuah Sistem Event Diskrit (SED). Alajabar max-plus merupakan himpunan $\cup \{-\infty\}$ dengan dengan semua bilangan real R yang diopersikan dengan operasi *maximum* (dinotasikan dengan $\oplus$) dan dan operasi penjumlahan (dinotasikan dengan $\otimes$). Dengan operasi tersebut maka dinotasikan $R_{\max} = (R \cup \{-\infty\},\ \oplus,\ \otimes)$ dimana $-\infty$ merupakan ε. Selanjutnya dalam aturan aljabar konvensional, netral (ε) terhadap operasi $\oplus$ dan identitas terhadap operasi $\otimes$ yaitu 0 [4,5,6,7].

Berdasarkan uraian diatas maka peneliti membahas aplikasi aljabar max plus dalam memodelkan proses distribusi sederhana penjualan kopi Lampung. Model yang diperoleh dapat akan menentukan estimasi lamanya proses distribusi penjualan kopi Lampung dari panen sampai dipasarkan toko kopi Lampung. Sehingga penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul "Sistem Distribusi Sederhana Penjualan Kopi Lampung Menggunakan Aljabar Max-plus".

2. METODOLOGI PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini merupakan metode pustaka dan pengambilan data primer pada industri kopi Lampung. Langkah-langkah dalam penelitian ini dijabarkan pada Gambar 1.

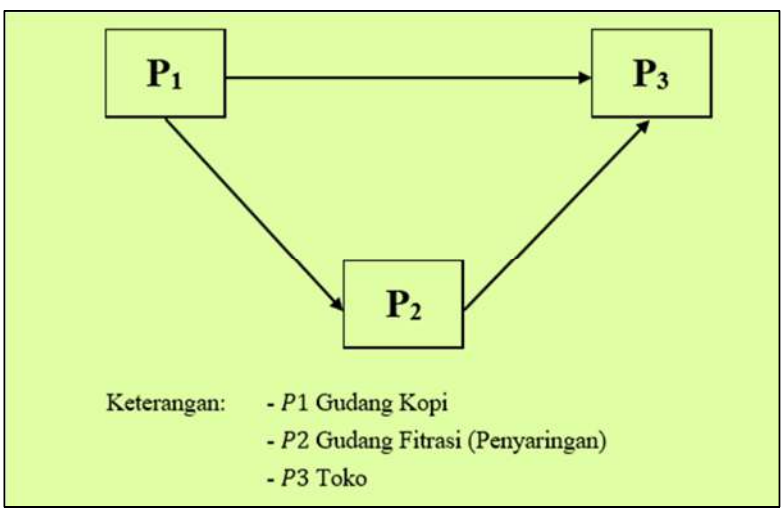
Gambar 1. Metode Penelilitian

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penentuan lokasi dilakukan secara sengaja (purposive) dengan mempertimbangkan bahwa Industri kopi Lampung ini merupakan produsen distributor penjualan kopi Lampung. Pengambilan data yang dilakukan dengan cara langsung (observasi langsung) pada industri kopi Lampung sebagai objek penelitian. Disamping itu, peneliti melakukan wawancara dengan pemilik industri, mengenai kegiatan indutri yang bisa membantu jalannya penelitian. Data yang dibutuhkan dalam penelitian ini adalah data-data kegiatan distribusi dan data penjadwalan proses distribusi kopi Lampung. Adapun analisis data distribusi kopi lampung yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

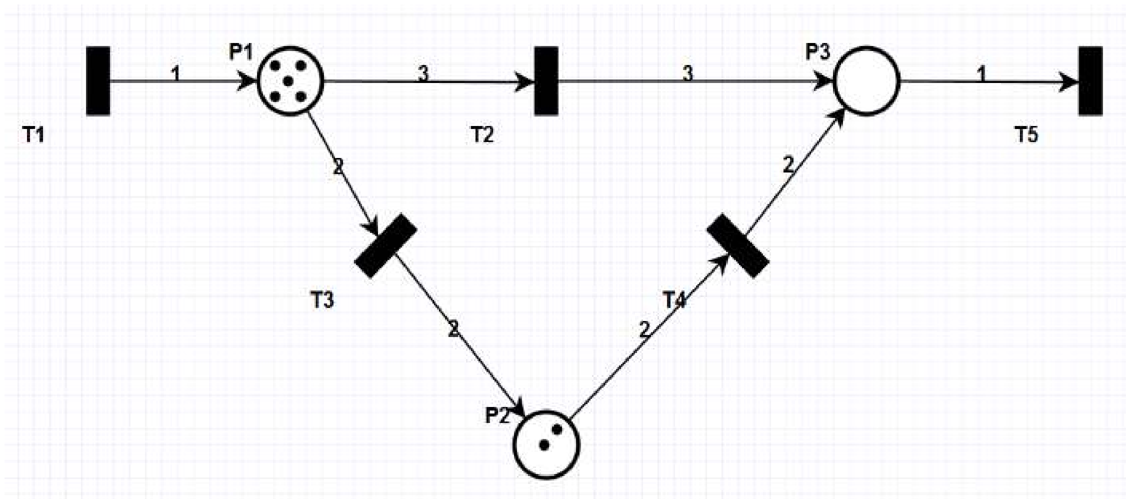
a. Kopi Lampung dipasok digudang kopi yang diambil dari petani-petani kopi.
b. Kopi Lampung yang bagus dan kering di gudang kopi langsung didistribusikan ke toko kopi Lampung, namun kopi Lampung yang masih bercampur (bagus dan kurang bagus) akan terlebih dahulu dilakukan penyaringan (filtrasi) sebelum akhirnya dikirim ke pabik kopi Lampung.
c. Asumsikan waktu yang diperlukan untuk packing kopi Lampung dalam gudang kopi adalah 3 satuan waktu, lama pengiriman ke toko 2 satuan waktu, lama pengiriman ke gudang filtrasi (penyaringan) 1 satuan waktu dan waktu perjalan yang lainnya diasumsikan nol.
d. Pada gudang filtrasi (penyaringan), proses penyaringan kopi Lampung memerlukan 2 satuan waktu.
e. Proses pengiriman kopi dari gudang filtrasi ke toko memerlukan 1 satuan waktu.
f. Setelah sampai ditoko kopi Lampung, kopi difiltrasi kembali dan dipacking dalam kemasan sebelum dijual, diperlukan waktu 5 satuan waktu.
g. Kopi Lampung siap untuk dijual ditoko.

Kemudian, dengan menggunakan penerapan aljabar max plus, akan dicari waktu yang baik untuk mengawali proses distribusi. Berikut diberikan Langkah-langkah sistem kopi sederhana dan dibahas menggunakan metode aljabar mas-plus. Pertama, akan dideskripsikan sistem distribusi kopi Lampung sebagai berikut.



Gambar 2. Sistem Distribusi Kopi Lampung

Setelah dibuat deskripsi sistem distribusi kopi Lampung, selanjutnya permasalahan tersebut dapat dimodelkan dengan merancang sistem tersebut menggunakan aplikasi (software) PIPE versi 4.3.0 untuk didapatkan jaringan Petri Net [6,7].



Gambar 3. Petri Net Sistem Distribusi Kopi Lampung

Diberikan definisi Petri Net sistem distribusi kopi Lampung diatas sebagai berikut

a. Terdapat 3 unit distribusi yaitu Gudang Kopi (P1), Gudang Filtrasi (P2) dan Toko (P3).
b. Waktu proses yang dibutuhkan masing-masing tempat dinotasikan dengan $d1 = 3$, $\mathrm{d}2 = 2$ dan $d3 = 5$ satuan waktu.
c. Berdasarkan asumsi, diperlukan $t2 = 2$ satuan waktu dari proses pengiriman kopi dari Gudang kopi ke Toko dan $t3 = 1$ satuan waktu, dari pengiriman kopi dari Gudang kopi ke Gudang filtrasi, serta t4=1 satua waktu dari proses pengiriman kopi yang telah disaring dari Gudang fitrasi ke Toko.
d. Waktu proses lainnya $(t1, t5)$ diasumsikan nol, dengan $t1$ adalah waktu yang diperluka para petani untuk menjual kopi digudang kopi dan $t5$ adalah waktu yang dibutuhkan untuk memindahkan produk ke etalase Toko.
e. $u(k)$ adalah waktu dimana kopi lampung dimasukkan kegudang untuk waktu ke-$(k + 1)$.
f. $x_i(k)$ adalah waktu pada saat Gudang kopi ke-(i) merupakan waktu dimana mulainya distribusi kopi saat ke-(k), dengan $i = 1,2,3$
g. $y(k)$ adalah waktu dimana produk kopi selesai pada saat ke-(k) untuk display di Toko.

Berdasarkan Gambar 3. PetriNet Sistem Distribusi Kopi Lampung [5] dapat direpresentasikan bahwa

$$x1(k + 1) = \max\{u(k) + 0, x1(k) + 3\}; \quad (1)$$

$$x2(k + 1) = \max\{x1(k) + 3 + 1, x2(k) + 2\}; \quad (2)$$

$$3(k + 1) = \max\{x1(k) + 3 + 2, x2(k) + 2 + 1, \ x3(k) + 5\}; \quad (3)$$

$$y(k) = x3(k) + 5 + 0; \quad (4)$$

Kemudian sistem persamaan diatas dapat disederhanakan menjadi

$$1(k + 1) = \max\{u(k), x1(k) + 3\}; \quad (5)$$

$$x2(k + 1) = \max\{x1(k) + 4, x2(k) + 2\}; \quad (6)$$

$$x3(k+1) = \max\{x1(k)+5, x2(k)+3, x3(k)+5\}\,; \tag{7}$$

$$y(k) = x3(k)+5; \tag{8}$$

Dengan menggunakan operasi aljabar max-plus ⊕ dan ⊗, diperoleh persamaan sebagai berikut

$$x1(k+1) = u(k) \oplus (x1(k) \otimes 3); \tag{9}$$

$$2(k+1) = (x1(k) \otimes 4) \oplus (x2(k) \otimes 2); \tag{10}$$

$$x3(k+1) = (x1(k) \otimes 5) \oplus (x2(k) \otimes 3) \oplus (x3(k) \otimes 5); \tag{11}$$

$$(k) = x3(k) \otimes 5; \tag{12}$$

Selanjutnya, persamaan dibentuk dalam matriks alajabar max-plus, diperoleh sebagai berikut.

$$(k+1) = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes x(k) \oplus \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes u(k) \tag{13}$$

$$y(k) = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad 5] \otimes x(k) \tag{14}$$

dimana $x(k) = \begin{bmatrix} x1(k) \\ x2(k) \\ x3(k) \end{bmatrix}$,

Maka $A = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix}$, dan $C = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad 5]$

Berdasarkan asumsi sebelumnya, produk kopi akan didistribusikan ketika produk yang sedang ditempatkan di-etalase untuk dipasarkan ke konsumen, dengan kata lain $u(k) = y(k)$. Dengan demikian didapatkan persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} (k+1) &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k) \\ &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes y(k) \\ &= A \otimes x(k) \oplus B \otimes \big(C \otimes x(k)\big) \\ &= \big(A \oplus (B \otimes C)\big) \otimes x(k) \\ &= \bar{A} \otimes x(k) \end{aligned} \tag{15}$$

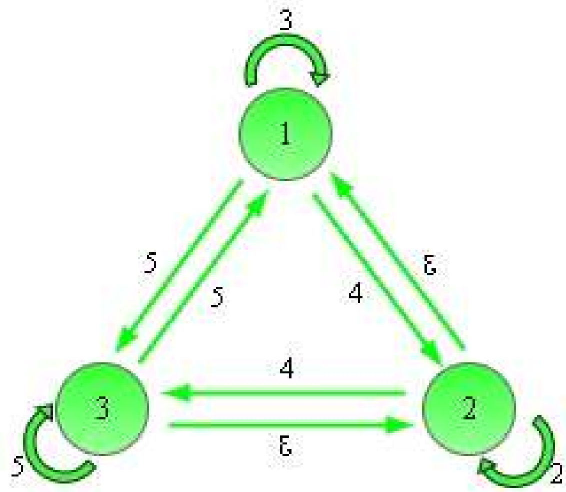
dimana $\bar{A} = A \oplus (B \otimes C)$

Sehingga $\bar{A}$ untuk permasalahan ini adalah

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \oplus \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix} \otimes [\varepsilon \quad \varepsilon \quad 5] \right) \tag{16}$$

Maka $\bar{A} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & \varepsilon \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & 5 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

Selanjutnya akan dicari nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $\bar{A}$ untuk menemukan keadaan awal yang baik pada peiode jadwal distribusi kopi lampung. Dimisalkan graf *precedence* $G(\bar{A})$ dari matriks $\bar{A}$ adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Graf Sirkuit *precedence* $G(\bar{A})$

Bobot rata-rata sirkuit $G(\bar{A})$ adalah

Panjang 1: $a_1 = 3a_{22} = 2a_{33} = 5$

Panjang 2: $\frac{a_{12}+a_{21}}{2} = \frac{s+4}{2} = \varepsilon, \frac{a_{12}+a_{21}}{2} = \frac{5+5}{2} = 5, \frac{a_{22}+a_{22}}{2} = \frac{s+4}{2} = \varepsilon$

Panjang 3: $\frac{a_{12}+a_{22}+a_{21}}{3} = \frac{5+3+4}{3} = 4, \frac{a_{12}+a_{22}+a_{21}}{3} = \frac{\varepsilon+\varepsilon+5}{3} = \varepsilon$

Karena graf $G(\bar{A})$ terhubung kuat, maka matrsik $\bar{A}$ *irreducible* (tidak dapat tereduksi) dan sesuai dengan teorema yaitu "jika $A \in R_{max}^{n\times n}$ merupakan matriks irreducibele, maka maksimum bobot rata-rata sirkuit elementer pada $G(\bar{A})$ adalah nilai eigen unik dari A"[7]. Maka didapat nilai eigen dari $\bar{A}$ adalah $\max(3,2,5,\varepsilon,5\varepsilon,4,\varepsilon) = 5$ dari $V^C(\bar{A}) = 3$ dan kolom ke-(3) dari A_λ^* merupakan vector eigen dari $\bar{A}$ yang bersesuaian dengan λ.

$$A_\lambda = -\lambda \oplus \bar{A} = -5 \otimes \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & \varepsilon & 0 \\ 1 & -3 & \varepsilon \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_\lambda^{\otimes 2} = \begin{bmatrix} -2 & \varepsilon & 0 \\ 1 & -3 & \varepsilon \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} -2 & \varepsilon & 0 \\ 1 & -3 & \varepsilon \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max\{-4,\varepsilon,0\} & \max\{\varepsilon,\varepsilon,-2\} & \max\{-2,\varepsilon,0\} \\ \max\{-3,-4,\varepsilon\} & \max\{\varepsilon,-6,\varepsilon\} & \max\{-1,\varepsilon,\varepsilon\} \\ \max\{-2,-2,0\} & \max\{\varepsilon,-5,-2\} & \max\{0,\varepsilon,0\} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -3 & -6 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_\lambda^* = E \oplus A_\lambda \oplus A_\lambda^{\otimes 2}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} -2 & \varepsilon & 0 \\ 1 & -3 & \varepsilon \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -3 & -6 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Dan kolom ke-(3) dari A_λ^* merupakan vector eigen dari $\bar{A}$ yang bersesuaian dengan λ.

$A_\lambda^* = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$, maka vector eigen dari $\bar{A}$ adalah $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Cek dengan persamaan nilai eigen dan vector eigen

$$\bar{A} \otimes \bar{z} = \lambda \otimes \bar{z}$$

Maka

$$\begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = 5 \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \max(3+0, \varepsilon-1, 5+0) \\ \max(4+0, 2-1, \varepsilon+0) \\ \max(5+0, 3-1, 5+0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+0 \\ 5+(-1) \\ 5+0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \max(3, \varepsilon, 5) \\ \max(4, 1, \varepsilon) \\ \max(5, 2, 5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Terbukti bahwa $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ adalah vector eigen dari $\bar{A}$.

Karena solusi ditemukan, sehingga pekerjaan di gudang kopi harus memulai hari ke 0, gudang fitrasi harus memulai pada hari ke(-1) dan toko memulai di hari ke 0, sehingga ini tidak relevan dan tidak bisa dilakukan pada hari ke(-1) sedangkan sudah lewat batas karena ketika memulai ke 0 juga pekerja belum siap jika harus bekerja dihari itu juga. Asumsikan dengan memulai 2 hari kedepan. Akan dibuat vektor eigen baru yaitu $\bar{z} = 2 \otimes \bar{x}$

Maka $\bar{z} = 2 \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0 \\ 2+(-1) \\ 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Cek dengan persamaan nilai eigen dan vector eigen

$$\bar{A} \otimes \bar{z} = \lambda \otimes \bar{z}$$

Maka

$$\begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 5 \otimes \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \max(3+2, \varepsilon+1, 5+2) \\ \max(4+2, 2+1, \varepsilon+2) \\ \max(5+2, 3+1, 5+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+2 \\ 5+1 \\ 5+2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \max(5, \varepsilon, 7) \\ \max(6, 3, \varepsilon) \\ \max(7, 4, 7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Terbukti bahwa $\bar{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah vector eigen dari $\bar{A}$.

Selanjutnya akan dikaji dan dianalisis bagaimana prilaku dinamik dari sistem dengan menggunakan $\bar{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ sebagai keadaan awal, yaitu $x(0) = \bar{z} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ sehingga diperoleh evolusi sistem untuk $k = 0, 1, 2, \ldots, 9$ sebagai berikut.

$$\bar{A}^{\otimes 1} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}^{\otimes 2} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 10 \\ 7 & 4 & 9 \\ 10 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}^{\otimes 3} = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 13 & 15 \\ 14 & 12 & 14 \\ 15 & 13 & 15 \end{bmatrix}$$

dengan cara yang sama juga diperoleh $\bar{A}^{\otimes 4}, \bar{A}^{\otimes 5}, \bar{A}^{\otimes 6}, \bar{A}^{\otimes 7}, \bar{A}^{\otimes 8}, \bar{A}^{\otimes 9}$ yaitu

$$\bar{A}^{\otimes 4} = \begin{bmatrix} 20 & 18 & 20 \\ 19 & 17 & 19 \\ 20 & 18 & 20 \end{bmatrix}; \bar{A}^{\otimes 5} = \begin{bmatrix} 25 & 23 & 25 \\ 24 & 22 & 24 \\ 25 & 23 & 25 \end{bmatrix}; \bar{A}^{\otimes 6} = \begin{bmatrix} 30 & 28 & 30 \\ 29 & 27 & 29 \\ 30 & 28 & 30 \end{bmatrix}; \bar{A}^{\otimes 7} = \begin{bmatrix} 35 & 33 & 35 \\ 34 & 32 & 34 \\ 35 & 33 & 35 \end{bmatrix};$$

$$\bar{A}^{\otimes 8} = \begin{bmatrix} 40 & 38 & 40 \\ 39 & 37 & 39 \\ 40 & 38 & 40 \end{bmatrix}; \bar{A}^{\otimes 9} = \begin{bmatrix} 45 & 43 & 45 \\ 44 & 42 & 44 \\ 45 & 43 & 45 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$x(1) = \bar{A}^{\otimes 1} \otimes x(0) = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon & 5 \\ 4 & 2 & \varepsilon \\ 5 & 3 & 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$x(2) = \bar{A}^{\otimes 2} \otimes x(0) = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 10 \\ 7 & 4 & 9 \\ 10 & 8 & 10 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$$

dengan cara yang sama $x(3), x(4), \ldots, x(9)$ didapat sebagai berikut.

$(3) = \begin{bmatrix}17\\15\\17\end{bmatrix}, x(4) = \begin{bmatrix}22\\20\\22\end{bmatrix}, x(5) = \begin{bmatrix}27\\25\\27\end{bmatrix}, x(4) = \begin{bmatrix}32\\30\\32\end{bmatrix}, x(7) = \begin{bmatrix}37\\35\\37\end{bmatrix}, x(8) = \begin{bmatrix}22\\20\\22\end{bmatrix}, x(9) = \begin{bmatrix}47\\45\\47\end{bmatrix}$

Jika terdapat nilai-nilai tersebut dibentuk kedalam matriks dapat dihasilkan:

$$X = \begin{bmatrix}2 & 7 & 12 & 17 & 22 & 27 & 32 & 37 & 42 & 47\\1 & 6 & 11 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 & 40 & 45\\2 & 7 & 12 & 17 & 22 & 27 & 32 & 37 & 42 & 47\end{bmatrix}$$

dengan menggunakan persamaan (14) dapat diperoleh nilai y sebagai berikut.

$$y = [7 \quad 12 \quad 17 \quad 22 \quad 27 \quad 32 \quad 37 \quad 42 \quad 47]$$

Maka, dapat disimpulkan bahwa $x(0) = \bar{z} = \begin{bmatrix}2\\1\\2\end{bmatrix}$ merupakan keadaan yang baik untuk mengawali proses sistem yang aktif, yaitu waktu dimana semua Gudang kopi, Gudang filtrasi, maupun Toko memulai. Sebab dengan keadaan kondisi ini, akan diperoleh suatu jadwal (antrian) dari setiap tempat, yaitu setiap tempat akan bekerja secara teratur dengan periode sama dengan 5 satuan waktu.

4. KESIMPULAN

Model yang dibahas pada penelitian ini merupakan model antrian terserver di toko dengan menggunakan aljabar max-plus. Hasil dan analisis pada penelitian menunjukkan bahwa sistem distribusi menggunakan aljabar max-plus sangat efektif dibanding dengan metode manual atau metode konvensional mandiri. Jika ketersediaan stok di dalam Toko berkurang maka Gudang kopi dan Gudang filterasi akan menuju gudang Toko. Misalkan sore hari stok kopi di toko habis, akan didistribusikan kopi lampung sebanyak 10 ton kopi untuk ketersediaan Toko. Karena 2 ton kopi di Gudang filter sudah siap akan diditribusi ketoko, maka didalam Gudang kopi yang terdapat 10 ton kopi akan didistrubusi dengan cara 2x (kali) pendistribusian yaitu 6 ton dan 4 ton dimasukkan kegudang filter dimana 2 ton akan diditrubusikan dan 2 ton untuk ketersediaan kopi didalam Gudang filterasi. Model antrian distribusi kopi Lampung dengan semua toko munkin bisa disajikan dan dibahas untuk menginspirasi suatu model antrian lain. Objek pabrik kopi Lampung pemerintah kabupaten Lampung barat bisa dikaji dengan seksama.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Darwis Valeriana, dkk. (2020), “Keragaan Dan Pengembangan Agribisnis Kopi Robusta Di Provinsi Lampung”. Journal of Food System and Agribusinis, (83-91). Pusat Sosial Ekonomi dan Kebijakan Pertanian.

[2] Hamni Arinal, dkk. (2013), “Potensi Pengembangan Teknologi Proses Produksi Kopi Lampung”. Jurnal Mechanical (45-51) Jurusan Teknik Mesin, Universitas Lampung.

[3] Baker, K.R. (1974), “*Introducton to Sequencing and Schedulling*”. New York: John Wiley & Sonc. Inc.

[4] Rafflesia, U. (2012). “Penerapan Aljabar max-plus pada Sistem Produksi Moubel Rotan”. Jurnal Gradien FMIPA Universitas Bengkulu, 8(1), 775-779W.

[5] Goto, Hiroyuki, (2014), ”*Introduction to Max-Plus Algebra*”. Departemen of Industrial and System Engineering, Hosei University, Japan.

[6] Subiono, (2009), “Aljabar Maxplus dan Aplikasinya: Model Sistem Antrian”, Jurnal Limits (49-59), Jurusan Matematika ITS, Surabaya.

[7] Subiono, (2020), “Aljabar Maks-Plus dan Terapannya”. Buku ajar Aljabar Maxplus, Jurusan Matematika ITS, Surabaya.